ECOLE NAVALE 1979

Deuxième composition de mathématiques

Les deux problèmes sont indépendants.

Problème n° 1.

Dans le plan affine euclidien (H), rapporté au repère cartésien orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on envisage la parabole (C) d'équation $y^2 = 2ax$, $a > O$.

1° On paramètre (C) par $y = a \operatorname{tg} \varphi$, avec $-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$; donner une équation de la tangente (T) à (C) au point P de paramètre φ.

2° Soit A le point d'intersection de la tangente (T) avec l'axe $(O, \vec{j})$ lorsque φ est différent de O, et M le point de la tangente (T) défini par : $\| \overrightarrow{AM} \| = b$, ($b$ étant une constante réelle strictement positive), et $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{j} > O$.

Déterminer les coordonnées de M en fonction de φ, et donner l'allure des courbes $(\Gamma_{a/b})$ ensembles des points M, suivant les valeurs du rapport $\frac{a}{b}$.

3° Quelle est la valeur de φ correspondant au point d'inflexion d'une des courbes (Γ) ? Préciser l'intervalle décrit par φ lorsque a parcourt $\mathbb{R}^*_+$, b étant fixé.

4° On fixe $a = \frac{3b}{4}$, construire le tableau des variations, calculer les coordonnées des points remarquables (on précise que $\frac{dy_M}{d\varphi}$ s'annule pour une valeur rationnelle de $\sin \varphi$, y_M désigne l'ordonnée de M), et tracer le graphique de la courbe $(\Gamma_{3/4})$ correspondante.

Problème n° 2.

Dans l'espace affine euclidien, rapporté au repère cartésien orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on étudie le mouvement d'un solide (S) auquel est lié le repère cartésien orthonormé $(A, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$, de même orientation que $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On astreint le point A à rester sur l'axe $(O, \vec{j})$, et l'axe $(A, \vec{I})$ à être tangent, à toute date t, à la parabole (P) liée à $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et d'équations dans ce repère :

$$z = O \quad , \quad y^2 - 2ax = O \quad , \quad a > O ;$$

enfin, on impose aussi

$$\vec{k} = \vec{K}.$$

1° On note $(\vec{i}, \vec{I}) = t$, préciser l'intervalle des variations de t sachant que $\frac{\pi}{2}$ appartient à cet intervalle. Donner les équations paramétriques des surfaces engendrées par l'axe central (Δ) du torseur des vitesses des points de (S).

2° On désigne par (Σ_1) et (Σ_2) les surfaces engendrées par (Δ) respectivement dans $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ et $(A, \vec{I}, \vec{J}, \vec{K})$. Etudier et construire les courbes (C_1) et (C_2) intersections des surfaces (Σ_1) et (Σ_2) par le plan (O, i, j), à la date $t = \frac{\pi}{4}$, sur une même figure.

FIN

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail